SUJET DE BACCALAURÉAT (FRANCE , Juin 2006)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES, FILIERE SCIENTIFIQUE

Correction proposée par Hicham BASSOU (evariste) & Saïd BENLAADAM

EXERCICE 1 – Commun à tous les candidats

1 Une équation du plan (ABC) est 2x + 2y – z – 11 = 0

Il suffit de vérifier si les coordonnées des points A, B et C vérifient l'équation de plan (ABC).

$A(2\,,4\,,1) \;\Rightarrow\; 2\times2+2\times4-1\times1-11=0 \;\Rightarrow\; A\in(ABC)$.

$B(0\,,4\,,-3) \;\Rightarrow\; 2\times0+2\times4-3\times-2-11=0 \;\Rightarrow\; B\in(ABC)$.

$C(3\,,1\,,-3) \;\Rightarrow\; 2\times3+2\times1-1\times-3-11=0 \;\Rightarrow\; C\in(ABC)$.

Les points A, B et C appartiennent donc au plan (ABC) d'équation $2x+2y-z-11=0$, comme un plan est défini par 3 points, alors le plan (ABC) a pour équation $2x+2y-z-11=0$.

Cette proposition est donc vraie.

2 Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC)

Si cette proposition est vraie, alors le vecteur $\overrightarrow{DE}$ serait normal au plan (ABC) et le point E appartiendrait au plan (ABC).

$E(3\,,2\,,-1) \Rightarrow 2\times3+2\times2-1\times-1-11=0 \;\Rightarrow\; E\in(ABC)$.

Un vecteur normal au plan (ABC) est $\vec{n}\,(2,2,-1)$, les coordonnées de $\overrightarrow{DE}$ sont $\overrightarrow{DE}(2,2,1)$, donc les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{DE}$ ne sont pas colinéaires et $\overrightarrow{DE}$ n'est pas normal au plan (ABC), par conséquent le point E n'est pas le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

Cette proposition est donc fausse.

3 Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont respectivement des vecteurs directeurs des droites (AB) et (CD).

On a $\overrightarrow{AB}(-2,0,-4)$ et $\overrightarrow{CD}\,(-2,-1,1)$

Comme $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=(-2\times-2)+(0\times-1)+(-4\times1)=0$, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux et $(AB)\perp(CD)$.

Cette proposition est donc vraie.

4 Représentation paramétrique de la droite (CD)

Vérifions si le point $C\in(3\ ,1\ ,-3)$ appartient à la droite d'équation $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$ et $t\in\mathbb{R}$?

$$C\ \in \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases} \text{ et } t\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=-1+2t \\ 1=-1+t \\ -3=1-t \end{cases} \text{ et } t\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=2 \\ t=4 \end{cases} \text{ et } t\in\mathbb{R}.$$

Ce système n'a pas de solution, donc le point C n'appartient pas à cette droite.

$\boxed{\text{Cette proposition est donc fausse.}}$

5 Le point I est sur la droite (AB)

Il suffit de vérifier si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.

On a $\overrightarrow{AB}(-2\ ,0\ ,-4)$ et $\overrightarrow{AI}\left(\dfrac{-7}{5}\ ,0\ ,\dfrac{-14}{5}\right)$, d'où $\overrightarrow{AB}=\dfrac{10}{7}\overrightarrow{AI}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont bien colinéaires, le point I est sur la droite (AB).

$\boxed{\text{Cette proposition est donc vraie.}}$

EXERCICE 2 – Commun à tous les candidats

---

1 Etude de f

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2e^{1-x}$

a. Limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

>> Limite de f en $-\infty$

On a $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} 1-x=+\infty$, donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{1-x}=+\infty$ (par composition).

Au final, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^{1-x}=+\infty$.

>> Limite de f en $+\infty$

On a $x^2e^{1-x}=x^2\times e\times e^{-x}$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=e\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^{-x}=0$

La courbe C admet une asymptote horizontale d'équation $y=0$ (axe des abscisses).

b. Dérivabilité de f et expression de f ’

>> Dérivabilité de f

La fonction $x \mapsto x^2$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
La fonction $x \mapsto 1-x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction $x \mapsto e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, d’où par composition de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, la fonctions $x \mapsto e^{1-x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Finalement, la fonction $f : x \mapsto x^2 e^{1-x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ car elle est le produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

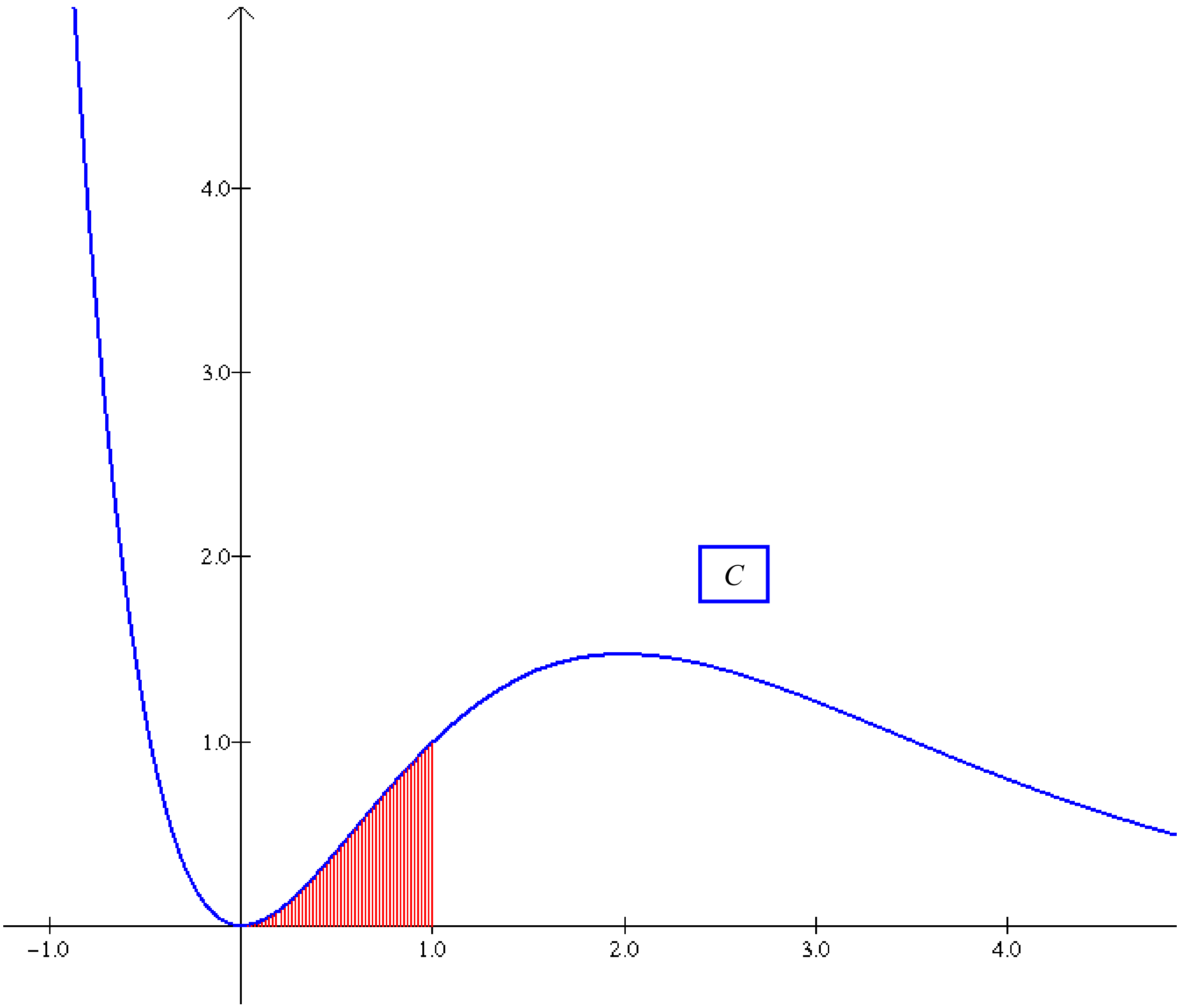
>> Expression de $f^{'}(x)$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R}$, on a $f^{'}(x) = 2x e^{1-x} + x^2(-1)e^{1-x} = x e^{1-x}(2-x)$.

c. Tableau de variations de f et représentation graphique

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		-		+		+	
$2-x$		+		+		-	
e^{1-x}				+			
$f^{'}(x)$		-		+		-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	0

>> Représentation graphique de C



2 Etude d'une intégrale

Pour tout entier naturel non nul n, on considère l'intégrale I_n définie par $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x}\, dx$

a. Relation entre I_{n+1} et I_n

On a $I_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} e^{1-x}\, dx$, on intègre I_{n+1} part parties en posant :

$\begin{cases} u = x^{n+1} \\ v' = e^{1-x} \end{cases}$ d'où $\begin{cases} u'(n+1)x^n \\ v = -e^{1-x} \end{cases}$, il vient $I_{n+1} = -\left[e^{1-x}x^{n+1}\right]_0^1 + (n+1)\int_0^1 x^n e^{1-x}\,dx$

$$\boxed{\text{Finalement, } I_{n+1} = -1+(n+1)I_n}$$

b. Valeurs de I_1 et I_2

>> Calcul de I_1

On a $I_1 = \int_0^1 x e^{1-x} dx$, on intègre par parties en posant :

$\begin{cases} u = x \\ v' = e^{1-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = 1 \\ v = -e^{1-x} \end{cases} \Rightarrow I_1 = \left[-xe^{1-x}\right]_0^1 + \int_0^1 e^{1-x}dx \Rightarrow I_1 = -1+\left[-e^{1-x}\right]_0^1 \Rightarrow I_1 = e-2$

>> Calcul de I_2

A l'aide de la relation, $I_{n+1} = -1+(n+1)I_n$, on a : $I_2 = -1+2I_1 = 2e-5$.

Remarque importante :

On est tenté de calculer I_0 avant de calculer les expressions de I_1 et de I_2 car cela permet de s'affranchir d'une intégration par parties pour le calcul de I_1, mais attention, I_n est-elle définie en zéro, autrement, l'écriture 0^0 a-t-elle un sens, du moins, en classe de terminale ;-) ?

Voici une proposition pour démontrer que $0^0 = 1$!

Soit $x > 0$, on a $x^x = e^{x\ln(x)}$.
Comme $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(x) = 0$, alors $\lim\limits_{x\to 0^+} x^x = e^0 = 1$.

On prolonge ensuite par continuité en zéro et on démontre la proposition $0^0 = 1$.

c. Interprétation graphique du nombre I_2

On a, $I_2 = \int_0^1 x^2 e^{1-x}\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$

I_2 est donc l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan délimitée par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

3 Limite de I_n

a. Un encadrement

Pour tout $0 \leq x \leq 1$, on a $0 \leq x^n \leq 1$ et $-1 \leq -x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq 1-x \leq 1 \Rightarrow e^0 \leq e^{1-x} \leq e^1$ car la fonction exponentielle est croissante sur $[0\ ,\ 1]$.

Il en résulte que $x^n \leq x^n e^{1-x} \leq e\,x^n$.

b. Encadrement de I_n

On vient de démontrer que pour tout nombre réel x appartenant à $[0\ ,\ 1]$ et pour tout entier naturel n non nul, on a $x^n \leq x^n e^{1-x} \leq e\,x^n$

Par passage à l'intégrale, on obtient, $\displaystyle\int_0^1 x^n dx \leq \int_0^1 x^n\, e^{1-x} dx \leq \int_0^1 e\,x^n dx$

$$\frac{1}{n+1}\left[x^{n+1}\right]_0^1 \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}\left[x^{n+1}\right]_0^1$$

$$\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$$

Comme $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{e}{n+1} = 0$, alors d'après le théorème des gendarmes, on a $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} I_n = 0$.

EXERCICE 3 – Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

---

1 Questions de cours

a. Argument de z sur z'

Soient z et z' deux nombres complexes non nuls.

On a $\arg(z) = \arg\left(z' \times \dfrac{z}{z'}\right) = \arg\left(z'\right) + \arg\left(\dfrac{z}{z'}\right)$, à $2k\pi$ près avec $k \in \mathbb{Z}$

D'où $\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg\left(z'\right)$ à $2k\pi$ près avec $k \in \mathbb{Z}$.

b. Relation entre argument et angles

Soient A, B et C trois points du plan deux à deux distincts, d'affixes respectives a, b et c.

On a, $\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right)=\arg(c-a)-\arg(b-a)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, d'après la relation ci-dessus.

$\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right)=\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{AC}\right)-\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{AB}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, d'après le deuxième pré requis.

$\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right)=\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AB}\,,\,\vec{u}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

$\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right)=\left(\overrightarrow{AB}\,,\,\overrightarrow{AC}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, d'après la relation de CHASLES.

2 Etude de l'application f

a. Relation entre argument de z et argument de z'

>> $\arg\left(z'\right)=\arg(z)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

Pour tout $z\neq 0$, on a ,

$\arg\left(z'\right)=\arg\left(\dfrac{1}{\overline{z}}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, d'après la définition de f .

$\arg\left(z'\right)=\arg(1)-\arg\left(\overline{z}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, d'après la question 1.a

$\arg\left(z'\right)=-(-\arg(z))=\arg(z)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

>> les points M et $M'=f(M)$ appartiennent à une demi droite d'origine O

On vient de démontrer que pour tout $z\neq 0$, on a $\arg\left(z'\right)=\arg(z)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$, on en déduit que,

$\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM'}\right)=\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM}\right)$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

$\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM}\right)-\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM'}\right)=0$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

$\left(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OM}\right)+\left(\overrightarrow{OM'}\,,\,\vec{u}\right)=0$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

$\left(\overrightarrow{OM'}\,,\,\overrightarrow{OM}\right)=0$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$ d'après la relation de CHASLES

Les points O, M et M' appartiennent à une même demi droite d'origine O et privée du point O.

b. Ensemble des points M vérifiant f(M)=M

Pour tout $z \neq 0$, on a $f(M)=M \Leftrightarrow z=\dfrac{1}{\bar{z}} \Leftrightarrow z\bar{z}=1 \Leftrightarrow |z|^2=1$[1] $\Leftrightarrow |z|=1$.

L'ensemble des points M du plan $P\setminus\{0\}$ vérifiant $f(M)=M$ et $z\neq 0$ est le cercle de centre O et de rayon $r=1$.

c. Une égalité puis une relation entre arguments

>> On démontre dans un premier temps la relation : $\dfrac{z'-1}{z'-i}=\dfrac{1}{i}\left(\dfrac{\bar{z}-1}{\bar{z}+i}\right)=-i\,\overline{\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)}$ avec $z\neq 1$ et $z\neq i$

On a, $$\frac{z'-1}{z'-i}=\frac{\frac{1}{\bar{z}}-1}{\frac{1}{\bar{z}}-i}=\frac{1-\bar{z}}{1-i\bar{z}}=\frac{-(\bar{z}-1)}{-i(\bar{z}+i)}=\frac{1}{i}\left(\frac{\bar{z}-1}{\bar{z}+i}\right)=-i\left(\frac{\overline{z-1}}{\overline{z-i}}\right)=-i\,\overline{\left(\frac{z-1}{z-i}\right)}$$ CQFD

>> On cherche ensuite une relation entre $\arg\left(\dfrac{z'-1}{z'-i}\right)$ et $\arg\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)$

On vient de démontrer que $\dfrac{z'-1}{z'-i}=-i\,\overline{\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)}$, donc par passage aux arguments, on a,

$$\arg\left(\frac{z'-1}{z'-i}\right)=\arg\left(-i\,\overline{\left(\frac{z-1}{z-i}\right)}\right)=\arg(-i)+\arg\overline{\left(\frac{z-1}{z-i}\right)}=-\frac{\pi}{2}+\arg\overline{\left(\frac{z-1}{z-i}\right)}$$ à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$.

Donc, $\arg\left(\dfrac{z'-1}{z'-i}\right)=-\dfrac{\pi}{2}+\arg\overline{\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)}$, à $2k\pi$ près avec $k\in\mathbb{Z}$

3 Image de da la droite (UV) par f

a. A quelle condition, le point M est sur la droite (UV) ?

On a $z\neq 1$, $z\neq i$ et M est le point d'affixe z.

$M\in(UV)$ et $M\neq U$ et $M\neq V$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{MU}$ et $\overrightarrow{MV}$ colinéaires et non nuls $\Leftrightarrow$ il existe un réel k non nul tel que $\overrightarrow{MU}=k\,\overrightarrow{MV}$ $\Leftrightarrow$ $1-z=k(i-z)$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{z-1}{z-i}=k$.

Comme k est un réel non nul, alors $\dfrac{z-1}{z-i}$ est un réel non nul.

[1] $z\bar{z}=1$ car $z\bar{z}=(x+iy)(x-iy)=x^2+y^2=|z|^2$

M est sur la droite (UV) privée de U et de V si et seulement si $\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)$ est un nombre réel non nul.

b. Image de la droite (UV) privée des points U et V par l'application f

Soit M un point de la droite (UV) privée de U et de V.

On a d'après la question précédente, $\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right) \in \mathbb{R}^*$, donc $\arg\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right) = 0 \ [\pi]$.

D'après la question 2.c, on a $\arg\left(\dfrac{z'-1}{z'-i}\right) = -\dfrac{\pi}{2} + \arg\overline{\left(\dfrac{z-1}{z-i}\right)} \quad [2\pi]$,

D'où, $\left(\overrightarrow{VM'}, \overrightarrow{UM'}\right) = -\dfrac{\pi}{2} \quad [\pi]$

M' appartient donc au cercle de diamètre $[UV]$ privé des points U, V et O.

L'image de la droite (UV) privée de U et de V est le cercle de diamètre $[UV]$ privé des points U, V et O.

EXERCICE 3 – Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A – Questions de cours

1 Théorème de Bézout et théorème de Gauss

>> Théorème de Bézout

Soient a et b deux entiers relatifs non nuls.
Les entiers a et b sont premiers entre eux si et seulement si il existe deux entiers u et v tels que $au + bv = 1$.

>> Théorème de Gauss

Soient a, b et c trois entiers relatifs non nuls tels que a et b soient premiers entre eux et a divise bc, alors a divise c.

2 Démonstration du théorème de Gauss à partir de Bézout

Soient a, b et c trois entiers relatifs non nuls

Puisque a divise bc, il existe alors un entier relatif k tel que $bc = k\,a$.

Puisque a et b sont premiers entre eux, alors d'après le théorème de Bézout, il existe deux entiers u et v tels que $a\,u + b\,v = 1$.

En multipliant par c, on obtient, $a\,c\,u + c\,b\,v = c \;\Rightarrow\; a\,c\,u + k\,a\,v = c \;\Rightarrow\; a(c\,u + k\,v) = c$ avec $c\,u + k\,v \in \mathbb{Z}$.
Donc, a divise c.

Partie B

1 Existence d'un couple d'entiers (u ,v) tel que 19u + 12v = 1

>> $19u + 12v = 1$

Ceci est une application directe du théorème de Bézout, en effet, 19 est premier et ne divise pas 12, donc $pgcd(19\,,12) = 1$ et d'après Bézout, il existe deux entiers relatifs u et v tels que $19u + 12v = 1$.

>> Le nombre $N = 13\times 12v + 6\times 19u$ est solution du système (S)

On a d'une part, $19u + 12v = 1$, donc $12v \equiv 1\ [19]$, d'où $N \equiv 13\times 12v\quad [19] \equiv 13\quad [19]$
Et d'autre part, $19u + 12v = 1$, donc $19u \equiv 1\ [12]$, d'où $N \equiv 6\times 19u\quad [12] \equiv 6\quad [19]$
N est bien solution du système (S).

2

(a) Un système équivalent au système (S)

$n_0 \in (S)$ si et seulement si $\begin{cases} n_0 \equiv 13\ [19] \\ n_0 \equiv 6\ \ [12] \end{cases}$,

Comme $\begin{cases} n \equiv 13\ [19] \\ n \equiv 6\ \ [12] \end{cases}$

Alors, $\begin{cases} n \equiv n_0 \equiv 13\ [19] \\ n \equiv n_0 \equiv 6\ [12] \end{cases}$, le système (S) est donc équivalent à $\begin{cases} n \equiv n_0\ [19] \\ n \equiv n_0\ [12] \end{cases}$

(b) Un autre équivalent pour le système (S)

On a $\begin{cases} n \equiv 13 \ [19] \\ n \equiv 6 \ [12] \end{cases}$, alors $\begin{cases} n \equiv n_0 \ [19] \\ n \equiv n_0 \ [12] \end{cases}$, donc 19 divise $n - n_0$, comme 19 et 12 sont premiers entre eux, alors 19×12 divise $n - n_0$, donc il existe un entier k tel que $n - n_0 = (19 \times 12)k = 228k$.

(c)

EXERCICE 4 – Commun à tous les candidats

1 Calcul de probabilités

a. Probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact

A chaque tir, la probabilité de crever un ballon est égale à 0,2.
La probabilité de laisser un ballon intact est donc égale à $1-0,2$, soit 0,8.
Comme les tirs sont indépendants, alors la probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact est :

$$\boxed{p = 0,8 \times 0,8 = 0,64 .}$$

b. Probabilité que deux tirs suffisent pour crever le ballon

Cet événement est l'événement contraire de l'événement précédent, donc $p = 1-0,64 = 0,36$.

c. probabilité p_n que n tirs suffisent pour crever le ballon

On calcule la probabilité de l'événement contraire, c'est à dire « au bout de n tirs, le ballon reste intact ».

On a $\overline{p_n} = (0,8)^n$, d'où $p_n = 1-\overline{p_n} = 1-(0,8)^n$

d. Pour quelles valeurs de n, a-t-on p_n > 0,99

$p_n > 0,99 \;\Rightarrow\; 1-(0,8)^n > 0,99 \;\Rightarrow\; (0,8)^n < 0,01 \;\Rightarrow\; n\ln(0,8) < \ln(0,01)$ car la fonction $\ln(x)$ est croissante.

$n > \dfrac{\ln(0,1)}{\ln(0,8)}$, l'inégalité change de sens car $\ln(0,8) < 0$

d'où $n > 20,63$, on prend $n = 21$

$$\boxed{\text{Pour } n \geq 21 \text{, on a } p_n > 0,99 .}$$

2 Le dé équilibré --► Probabilité de crever le ballon = 0,4096

Le dé utilisé est régulier, il y a donc équiprobabilité que le dé tombe sur chaque face.
Soit $\overline{p}$ la probabilité de ne pas crever un ballon, on a,

$$\overline{p} = \frac{1}{4}\times 0,8 + \frac{1}{4}\times 0,8\times 0,8 + \frac{1}{4}\times 0,8\times 0,8\times 0,8 + \frac{1}{4}\times 0,8\times 0,8\times 0,8\times 0,8$$

$\overline{p} = \frac{1}{4}\left(0,8 + 0,8^2 + 0,8^3 + 0,8^4\right)$

$\overline{p} = 0,5904$, d'où $p = 1 - \overline{p} = 0,4096$.

3 Probabilité et statistiques

a. Fréquences de sorties observées pour chaque face

Le fréquence de sortie d'une face f_k est égale au $\frac{\text{Nombre de sorties de la face } k}{200}$, d'où,

$f_1 = \frac{58}{200} = 0,29$, $f_2 = \frac{49}{200} = 0,245$, $f_3 = \frac{52}{200} = 0,26$ et $f_4 = \frac{41}{200} = 0,205$.

b. Valeur de d²

On a $d^2 = \sum_{k=1}^{4}\left(f_k - \frac{1}{4}\right)^2 = \left(f_1 - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(f_2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(f_3 - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(f_4 - \frac{1}{4}\right)^2 = 0,00375$

c. Au risque de 10 %, peut on considérer que ce dé est pipé?

Pour cela, on compare d^2 avec le neuvième décile D_9.

On a $D_9 = 0,00452$ et $d^2 < D_9$, on peut donc dire, au risque de 10 % que le dé n'est pas pipé.

FIN